

## 基于 FRFT 的双基地 MIMO 雷达多普勒频率和收发角联合估计新方法

李丽<sup>1,2</sup>, 邱天爽<sup>1</sup>

(1.大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024; 2.大连大学 信息工程学院, 辽宁 大连 116622)

**摘要:**提出了一种新的双基地 MIMO 雷达系统中参数联合估计方法。首先提出了一个新的双基地 MIMO 雷达阵列信号模型, 利用分数阶傅里叶变换能量聚集特性对多普勒频率的初始频率和调频率进行联合估计。然后, 在分数阶傅里叶变换域内构造 2 个子阵, 采用 FRFT-MUSIC 算法和 FRFT-ESPRIT 算法实现了收发角的联合估计。仿真实验表明, 本算法在低信噪比时同样具有较好的性能。

**关键词:**双基地 MIMO 雷达; 多普勒频率; DOA-DOD; 分数阶傅里叶变换; FRFT-MUSIC 算法; FRFT-ESPRIT 算法  
**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-436X(2012)11-0171-06

## Joint estimation of doppler frequency and DOA-DOD based on FRFT in bistatic MIMO radar system

LI Li<sup>1,2</sup>, QIU Tian-shuang<sup>1</sup>

(1.Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;  
2. Information Engineering College, Dalian University, Dalian 116622, China)

**Abstract:** A novel method for the joint parameters estimate in the bistatic multiple-input multiple-output (MIMO) radar system was proposed. Firstly, a novel signal model to accurately estimate parameters of the Doppler frequency and Doppler frequency rate, were estimated by peak-searching in the fractional Fourier transform (FRFT) domain. Two sub-array models to accurately estimated the direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) by employing the proposed fractional Fourier transform based MUSIC (FRFT-MUSIC) algorithm and the fractional Fourier transform based ESPRIT (FRFT-ESPRIT) algorithm. Simulation results were presented to verify the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** bistatic MIMO radar; Doppler frequency; DOA-DOD; FRFT-MUSIC algorithm; FRFT-ESPRIT algorithm

### 1 引言

MIMO 雷达是近年来提出的一种新型体制雷达, 利用多个发射站同时发射不相关或正交的信号, 在接收端通过匹配滤波分离出各个发射通道的信号。与传统雷达相比, MIMO 雷达在目标探测、杂波抑制、抗干扰、低截获、目标参数估计精度、

目标识别等方面具有明显的优势, 因而受到越来越多的学者的关注<sup>[1~8]</sup>。

目标参数估计和定位是雷达信号处理的一个重要内容。现有的双基地 MIMO 雷达参数估计大都是针对静止目标或者假设已知目标多普勒频率, 而仅对目标的角度进行估计。文献 [3~5] 研究了 MUSIC、ESPRIT、降维 Capon、传播算子和多项式

收稿日期: 2011-11-20; 修回日期: 2012-01-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61172108, 61139001, 60872122)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China(61172108, 61139001, 60872122)

求根等 MIMO 雷达角度估计方法,对双基地 MIMO 雷达收发角和多普勒频率联合估计的研究很少,文献[6~8]采用最小二乘法及迭代算法、基于矩阵的正交性及基于 PARAFAC 的三面阵模型等方法对目标的收发角和多普勒频率进行估计,算法简单快速。但这些算法都是假定目标的多普勒频率在一个采样周期内是恒定的,实际上由于目标与收发阵元之间相对运动的运动速度、运动方向等参数都是不断变化的<sup>[9]</sup>,因此其多普勒频率在一个周期内也不是恒定的,若假定其是恒定的,则必然会导致估计精度下降。针对已有算法及模型的不足,本文提出了一种新的双基地 MIMO 雷达阵列模型,并针对该模型提出了多普勒频率及收发角联合估计的新方法,算法简单,在信噪比很低时仍然具有很好的性能。

本文的结构安排如下:第 2 节给出本文提出的双基地 MIMO 雷达系统信号模型;第 3 节介绍了在分数阶傅里叶变换域内的一种新的双基地 MIMO 雷达系统的参数联合估计算法;第 4 节通过仿真实验验证了算法的有效性;第 5 节为结束语。

## 2 新的信号模型

本文所用的双基地 MIMO 雷达系统结构如图 1 所示。发射和接收阵元数目分别为  $Q$  和  $N$ ,阵元间距分别为  $d_t$  和  $d_r$ ,设雷达工作在远场条件,发射阵列和接收阵列处于同一相位中心。假设在相同距离分辨单元上存在  $L$  个目标,  $(j_l, q_l)$  表示第  $l$  个目标所对应的雷达发射角和接收角。各发射阵元同时发射相互正交的相位编码信号,若第  $q$  个发射阵元的发射信号为  $x_q(t)$ ,雷达接收到的回波信号是具有时延和多普勒频率的多径分量的叠加信号。目标与接收阵元之间的相对运动所带来的时延变化对于窄带系统可以等效为多普勒频率,又由于运动目标运动速度、运动方向等参数都是不断变化的,使得其多普勒频率在一个时间周期内不是恒定的,因此本文提出一个新的双基地 MIMO 雷达阵列信号模型,第  $n$  个接收阵元接收到的回波信号  $r_n(t)$  可表示为

$$r_n(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{q=1}^Q \left\{ x_q(t) \exp(j2p(f_l t + m_l t^2 / 2)) \cdot A_q(j_l) B_n(q_l) \right\} + w_n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

其中,  $s_l$  表示第  $l$  个目标的幅度衰减因子,假设  $s_l$  服从零均值、方差为  $h_l^2$  的复高斯分布  $s_l \sim N^C(0, h_l^2)$ ,  $f_l$  和  $m_l$  分别为第  $l$  个目标产生的多普勒频率的初始频

率和调频率,  $A_q(j_l) = \exp(j2p(q-1)d_t \sin j_l / l)$  为发射导向矢量,  $B_n(q_l) = \exp(j2p(n-1)d_r \sin q_l / l)$  为接收导向矢量,  $l$  为发射信号波长,假设发射阵元间距和接收阵元间距均为等间隔,  $d_t = d_r = l/2$ 。 $w_n(t)$  为高斯白噪声。

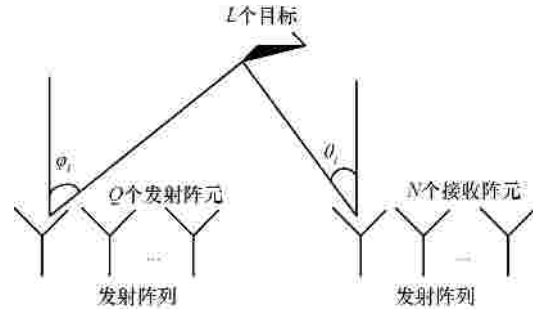


图 1 双基地 MIMO 雷达阵列模型

由于各发射阵元发射的信号相互正交,即满足:  $\int x_q(t) x_k^*(t) dt = \begin{cases} 1, q = k \\ 0, q \neq k \end{cases}$ , 其中  $x_q(t)$  和  $x_k(t)$  分别表示第  $q$  个和第  $k$  个发射阵元的发射信号,  $*$  为共轭运算。利用  $Q$  个发射阵元的发射信号分别对每个接收阵元接收的回波信号进行匹配滤波,可将各接收信号分离得

$$r_{q,n}(t) = \sum_{l=1}^L \left\{ s_l \exp(j2p(f_l t + m_l t^2 / 2)) A_q(j_l) B_n(q_l) \right\} + w_n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

其中,  $r_{q,n}(t)$  表示第  $q$  个发射阵元的发射信号经  $L$  个目标反射后在第  $n$  个接收阵元接收的回波信号经匹配滤波后的输出。

## 3 基于 FRFT 的参数联合估计新方法

在介绍双基地 MIMO 雷达系统中目标参数的估计算法时以第  $q$  个发射信号经第  $l$  个目标反射后在第  $n$  个接收阵元的回波信号经匹配滤波后的输出  $r_{q,n,l}(t)$  为例进行讨论,根据式(2)得  $r_{q,n,l}(t)$  的表达式如下

$$r_{q,n,l}(t) = s_l \exp(j2p(f_l t + m_l t^2 / 2)) \cdot A_q(j_l) B_n(q_l) + w_n(t) \quad (3)$$

### 3.1 多普勒频率的初始频率和调频率的联合估计

对式(3)进行分数阶傅里叶变换<sup>[10]</sup>,得

$$R_{q,n,l}(a, m) = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} r_{q,n,l}(t) K_p(t, m) dt \quad (4)$$

其中,  $p$  表示分数阶傅里叶变换的分数阶数,

$0 < p < 2$  ,  $K_p(m, t)$  表示分数阶傅里叶变换的核函数,  $K_p(m, t)$  的表达式为

$$K_p(t, m) = \begin{cases} \sqrt{(1 - j \cot a)} \exp(jp(t^2 \cot a - 2mt \csc a)) \cdot \exp(jp(m^2 \cot a)), & a \neq np \\ d(t - m), & a = 2np \\ d(t + m), & a = (2n + 1)p \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $a$  和  $m$  分别表示分数阶傅里叶变换的旋转角度和频率,  $a \equiv pp/2$ 。

结合式(3)和式(5)、式(4)可以写成

$$R_{q,n,l}(a, m) = s_l \sqrt{(1 - j \cot a)} \exp(jpm^2 \cot a) \cdot A_q(j_l) B_n(q_l) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \exp(jpt^2 (\cot a + m_l)) \cdot \exp(j2pt(f_l - m \csc a)) dt + W_n(a, m) \quad (6)$$

其中,  $W_n(a, m)$  表示  $w_n(t)$  的分数阶傅里叶变换。

当旋转角度  $a$  满足  $a = -\arccot(m_l)$  关系时,  $R_{q,n,l}(a, m)$  具有最佳的能量聚集特性, 令  $a_l = -\arccot(m_l)$ , 其中  $a_l$  表示第  $l$  个目标对应旋转角度。当频率  $m$  满足如下关系式  $m = f_l \sin a_l$  时,  $R_{q,n,l}(a_l, m)$  具有明显的谱峰, 其峰值点位置为  $(a_l, m_l)$ 。此时, 多普勒频率的调频率的估计值  $\hat{m}_l$  可以由下式得到

$$\hat{m}_l = -\cot a_l \quad (7)$$

此时  $R_{q,n,l}(a_l, m_l)$  的表达式为

$$R_{q,n,l}(a_l, m_l) = s_l \sqrt{(1 - j \cot a_l)} \exp(jpm_l^2 \cot a_l) \cdot A_q(j_l) B_n(q_l) T + W_n(a_l, m_l) \quad (8)$$

为了提高多普勒频率初始频率  $f_l$  的估计精度, 这里采用解线性调频<sup>[11]</sup>的方法估计多普勒频率的初始频率。定义变量  $r'_{q,n,l}(t)$  的表达式为

$$r'_{q,n,l}(t) = r_{q,n,l}(t) \exp(-j2p(\hat{m}_l/2)t^2) \quad (9)$$

令  $R'_{q,n,l}(f)$  表示  $r'_{q,n,l}(t)$  的傅里叶变换, 根据傅里叶变换的峰值点, 由式(10)可以得到多普勒频率的初始频率的估计值  $\hat{f}_l$

$$\hat{f}_l = \arg \max_f \{R'_{q,n,l}(f)\} \quad (10)$$

### 3.2 发射角和接收角的估计

根据式(7)和式(10), 定义变量  $z_l(t)$  为

$$z_l(t) = s_l \exp(j2p(\hat{f}_l t + \hat{m}_l t^2/2)) \quad (11)$$

对  $z_l(t)$  进行分数阶傅里叶变换

$$Z_l(a, m) = s_l \sqrt{(1 - j \cot a)} \exp(jpm^2 \cot a) \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \exp(jpt^2 (\cot a + m_l)) \cdot \exp(j2pt(\hat{f}_l - m \csc a)) dt \quad (12)$$

式(12)结合式(7)和式(10), 可以得到  $Z_l(a, m)$  峰值点的位置及幅度分别为

$$\begin{cases} \cot a_l = -\hat{m}_l \\ m_l \csc a_l = \hat{f}_l \\ Z_l(a_l, m_l) = s_l \sqrt{(1 - j \cot a_l)} \exp(jpm_l^2 \cot a_l) T \end{cases} \quad (13)$$

根据式(7)和式(13), 可以得到下面的关系式

$$R_{q,n,l}(a_l, m_l) = Z_l(a_l, m_l) A_q(j_l) B_n(q_l) + W_n(a_l, m_l) \quad (14)$$

在与第  $l$  个目标相关的峰值点  $(a_l, m_l)$  处, 有

$$R_{q,n}(a_l, m_l) = R_{q,n,l}(a_l, m_l) + \sum_{r \neq l}^L R_{q,n,r}(a_l, m_l) + W_n(a_l, m_l) \quad (15)$$

不同目标产生的多普勒频率的调频率是不相同的, 式(15)中  $R_{q,n,r}(a_l, m_l)$  在  $(a_l, m_l)$  处的取值很小, 在处理中可以视为干扰项, 因此将式(14)代入式(15)。

$$R_{q,n}(a_l, m_l) = R_{q,n,l}(a_l, m_l) + N_n(a_l, m_l) = Z_l(a_l, m_l) A_q(j_l) B_n(q_l) + N_n(a_l, m_l) \quad (16)$$

其中,  $N_n(a_l, m_l)$  表示  $\sum_{r \neq l}^L R_{q,n,r}(a_l, m_l) + W_n(a_l, m_l)$ 。

选择分数阶傅里叶域上  $L$  个峰值点的数据作为该阵元的观测数据, 则第  $n$  个阵元上的空间时频输出为

$$\mathbf{R}_{q,n} = [R_{q,n,1}(a_1, m_1) \quad \dots \quad R_{q,n,L}(a_L, m_L)] \quad (17)$$

根据式(17)和式(18), 将所有阵元的空间时频输出表示为向量形式, 即可得到基于分数阶傅里叶变换的空间时频分布数据模型

$$\mathbf{R} = \mathbf{ZAB} + \mathbf{N} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_{q,1} \quad \dots \quad \mathbf{R}_{q,N}]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{Z} = \text{diag}\{Z_1(a_1, m_1) \quad \dots \quad Z_L(a_L, m_L)\} \quad (20)$$

$$A = \text{diag} \{A_q(j_1) \quad \dots \quad A_q(j_L)\} \quad (21)$$

$$B = [B_1 \quad \dots \quad B_L] \quad (22)$$

其中,

$$B_l = [B_l(q_1) \quad \dots \quad B_l(q_L)]^T \quad (23)$$

本文构造 2 个子阵  $R_1$  和  $R_2$ , 2 个子阵的空间时频输出的数据模型为

$$R_1 = [R_{1,1} \quad R_{1,2} \quad \dots \quad R_{1,L}]^T = BZ + N_1 \quad (24)$$

$$R_2 = [R_{q,1} \quad R_{q,2} \quad \dots \quad R_{q,L}]^T = BAZ + N_2, q \neq 1 \quad (25)$$

### 3.2.1 接收角的估计

首先, 构造子阵  $R_1$  的相关矩阵  $R_{R_1 R_1}$

$$\begin{aligned} R_{R_1 R_1} &= E[R_1 R_1^H] \\ &= BE[ZZ^H]B^H + E[NN^H] + \\ &\quad BE[ZN^H] + E[NZ^H]B^H \end{aligned} \quad (26)$$

由于信号与噪声不相关, 且信号与噪声相互独立, 所以上式可表示为

$$R_{R_1 R_1} = BE[ZZ^H]B^H + s^{-2}I = BR_{ZZ}B^H + s^{-2}I \quad (27)$$

其中,  $R_{ZZ}$  是信号协方差矩阵。对  $R_{R_1 R_1}$  进行特征分解有

$$R_{R_1 R_1} = U_Z \sum_Z U_Z^H + U_N \sum_N U_N^H \quad (28)$$

其中,  $U_Z$  是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间也即信号子空间, 而  $U_N$  是由小特征值对应的特征矢量张成的子空间也即噪声子空间。

利用分数阶傅里叶域的相关矩阵代替传统的阵列相关矩阵, 并可根据 MUSIC 算法得到分数域内的 FRFT-MUSIC 空间谱

$$P(q) = \frac{1}{B^H(q)U_N U_N^H B(q)} \quad (29)$$

对  $P(q)$  进行谱峰搜索, 可得到第  $l$  个目标发射回波信号的接收角的估计值  $q_l$ 。

### 3.2.2 发射角的估计

定义 2 个矩阵  $C_{11}$  和  $C_{12}$ ,

$$C_{11} = R_{R_1 R_1} - s^{-2}I = BR_{ZZ}B^H \quad (30)$$

$$C_{12} = R_{R_1 R_2} - s^{-2}y = BAR_{ZZ}B^H \quad (31)$$

其中,  $y = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ 1 & 0 & \\ & 1 & \dots \\ 0 & & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

根据式(30)和式(31), 可以得到如下的表达式

$$C_{12}C_{11}^\#B = BA \quad (32)$$

其中,  $(\cdot)^\#$  表示伪逆矩阵。

由于接收角  $q_l$  已经由式(29)估计得到, 因此矩阵  $A$  也可以写成下面的形式

$$A = B^\#C_{12}C_{11}^\#B \quad (33)$$

因此, 发射角的估计值  $j_l$  可以由下面的表达式估计得到

$$j_l = \arcsin(\arg(a_l)/(q-1)p) \quad (34)$$

其中,  $a_l$  是矩阵  $A$  主对角线上的元素,  $\arg(a_l)$  表示取  $a_l$  的相位角。

从上述公式可以看出, 发射角和接收角的估计是在同一次迭代过程中完成的, 因此能够实现角度的自动配对。

## 4 仿真实验及分析

仿真实验参数设置, 发射阵元和接收阵元数目分别为  $Q=6$  和  $N=8$ , 并假设双基地 MIMO 雷达远场存在 2 个目标, 即  $L=2$ , 相对于发射阵元和接收阵元的发射角和接收角分别为  $(j_1, q_1) = (20^\circ, 30^\circ)$ ,  $(j_2, q_2) = (50^\circ, 60^\circ)$ , 多普勒频率参数  $f_1 = 60$ ,  $m_1 = 150$ ,  $f_2 = 90$ ,  $m_2 = 300$ 。采样频率为  $f_s = 10\text{kHz}$ , 采样点数为 1000。在相同的条件下, 与文献[7]中参数估计方法进行了对比, 所有仿真结果均由 200 次 Monte-Carlo 实验统计得到。

实验 1 比较本文算法和文献[7]中算法对多普勒频率的估计性能。图 2 为本文算法对多普勒频率参数的估计均方根误差随信噪比的变化曲线。图 3 为 2 种算法的多普勒频率估计均方根误差 (RMSE) 随信噪比的变化曲线。

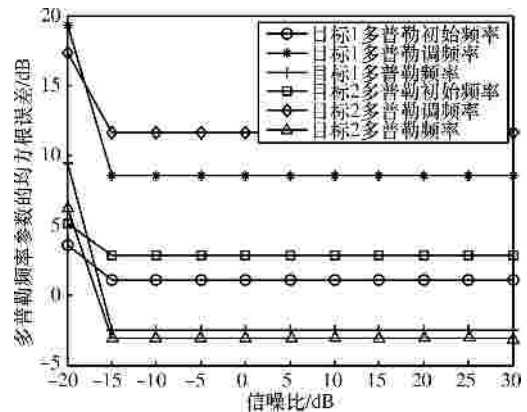


图 2 本文算法多普勒频率的均方误差

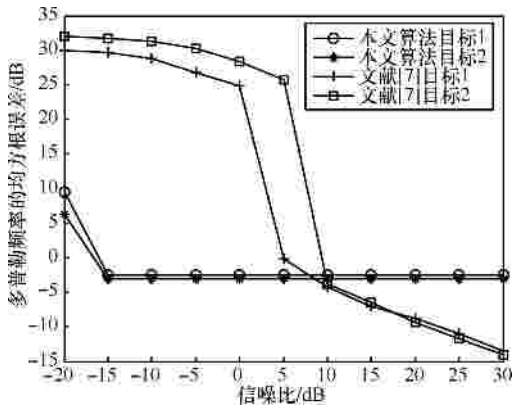


图 3 本文算法与文献[7]算法对比

从图 3 中可以看出，在信噪比大于 10dB 时文献[7]算法的性能优于本文的方法，但是在信噪比小于 10dB 时，本文算法的性能显著优于文献[7]算法，并且本文算法的均方根误差曲线较为平坦，且随着 SNR 的增加估计性能曲线没有变化。这是因为，高斯白噪声在分数阶傅里叶变换域内是均匀分布的，不会呈现能量聚集特性，因此当信噪比不是很低时，具体说当信噪比大于 -15dB 时，在分数阶傅里叶变换域内高斯白噪声的能量分布仍然低于信号的谱峰点的能量，因此，在分数域内就能够正确搜索到信号的谱峰，即可以实现对参数的估计，且估计的精度将不受信噪比的影响。因此，在信噪比大于 -15dB 时，估计值的均方根误差曲线表现平坦。对初始频率的估计也是利用了频域内的峰值点对应的频率是信号的中心频率这一特性来实现参数的估计的。在实际的双基地 MIMO 雷达系统中，信噪比往往比较小，故本文算法更适合该应用背景。下一步的工作的重点是采用较好的谱峰搜索方法进一步提高估计精度。

实验 2 图 4 和图 5 分别比较了 2 个算法的发射角和接收角估计的均方根误差随信噪比的变化曲线。

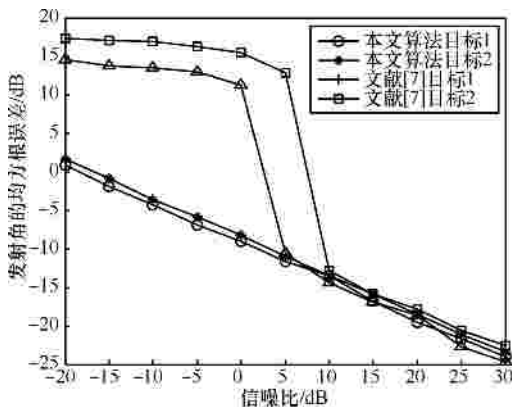


图 4 发射角估计值的 MRSE 随 SNR 变化曲线

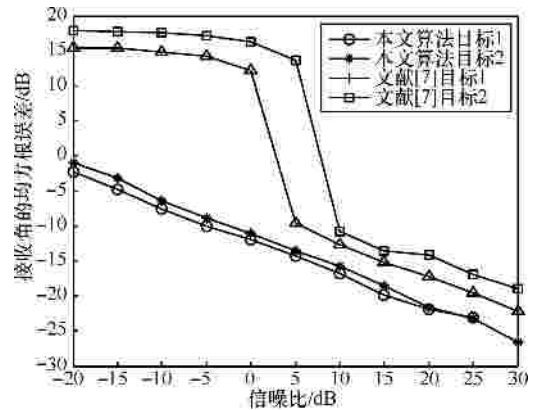


图 5 接收角估计值的 MRSE 随 SNR 变化曲线

实验结果表明，本文算法在信噪比大于 0dB 时，2 种算法的发射角估计性能相当，而对于接收角，本文算法的估计性能明显优于文献[7]；在信噪比小于 0dB 时，本文算法对 2 个角度的估计性能都明显优于文献[7]。

实验 3 图 6 显示了当 SNR 为 10dB 时，本文算法和文献[7]算法发射角和接收角配对估计星座图，由图可以看出本文算法的发射角和接收角的估计很准确，实验证明该方法具有较好的性能。

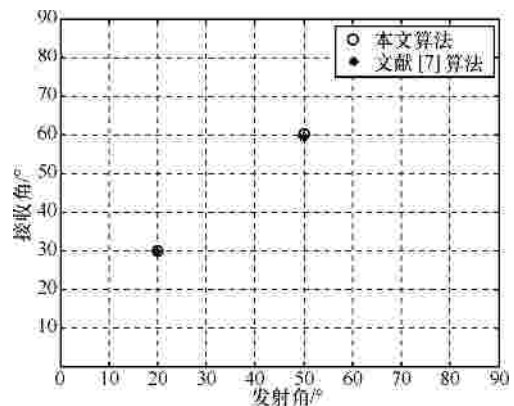


图 6 2 个目标收发角估计星座图

### 5 结束语

本文提出了一种双基地 MIMO 雷达系统目标参数联合估计的新方法。根据目标与收发阵元之间相对运动状态是不断变化的特性，本文提出了一个新的阵列信号模型。针对模型中的参数，首先在分数阶傅里叶变换域内和频率域内对多普勒频率的 2 个参数进行了有效的估计，且在信噪比满足一定的条件下 2 个参数估计的精度不受信噪比的影响。接下来，在分数阶域内构造 2 个矩阵模型，分别采用 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法联合估计了接收角和发

射角，并且实现了角度的自动配对。仿真实验验证了该算法在低信噪比情况下仍然具有较好的性能。

参考文献：

[1] FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, *et al.* Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(3):823-838.

[2] LI J, STOICA P. MIMO radar with collocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 106-114.

[3] 谢荣, 刘铮. 基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2197-2220.  
XIE R, LIU Z. Multi-target localization based on polynomial rooting for bistatic MIMO radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(9):2197-2220.

[4] CHEN D F, CHEN B X, QI G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. Electronics Letters, 2008, 44(12):770-771.

[5] BENCHEIKH M L, WANG Y. Joint DOD-DOA estimation using combined ESPRIT-MUSIC approach in MIMO radar[J]. Electronics Letters, 2010, 46(15): 1081-1083.

[6] 吴跃波, 郑志东, 杨景曙. 一种新的双基地 MIMO 雷达收发角和多普勒频率联合估计方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(8): 1816-1821.  
WU Y B, ZHENG Z D, YANG J S. A new method for DOA-DOD and doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(8): 1816-1821.

[7] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.  
ZHANG J Y, ZHENG Z D, LI X B. An algorithm for DOD-DOA and doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(8): 1843-1848.

[8] 吕晖, 冯大政, 和洁等. 一种新的双基地 MIMO 雷达目标定位和多普勒频率估计方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2167-2171.  
LU H, FENG D Z, HE J, *et al.* A novel method for target localization and doppler frequency estimation in bistatic MIMO radar [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(9): 2167-2171.

[9] YASOTHARAN A, THAYAPARAN T. The performance of the Fourier method in detecting an accelerating target and estimating its median velocity[A]. IEEE International Radar Conference[C]. Waterloo, Canada, 2000. 59-64.

[10] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.  
TAO R, DENG B, WANG Y. Fractional Fourier Transform and Its Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.

[11] JOSIAS J W, WILLEM A J N. Range doppler dynamic considerations for dechirp on receive radar[A]. Proceedings of the 5t European Radar Conference[C]. Tshwane, South Africa, 2008. 136-139.

作者简介：



李丽 (1979-), 女, 黑龙江佳木斯人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为阵列信号处理等。



邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 博士, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理理论与应用等。